Distorsión de conjuntos de probabilidades

David Nieto-Barba nietodavid@uniovi.es
Enrique Miranda miranda@uniovi.es
Ignacio Montes imontes@uniovi.es

UNIVERSIDAD OVIEDO

XL Congreso Nacional de Estadística e Investigación Operativa

Motivación

David (D), Quique (Q) y Nacho (N) compiten por la obtención de cierto recurso,

	$\{D\}$	$\{Q\}$	$\{N\}$	$\{D,Q\}$	$\{D,N\}$	$\{Q,N\}$
ν	0,45	0,4	0,15	0,9	0,55	0,45

Motivación

David (D), Quique (Q) y Nacho (N) compiten por la obtención de cierto recurso,

	$\{D\}$	$\{Q\}$	$\{N\}$	$\{D,Q\}$	$\{D,N\}$	$\{Q,N\}$
ν	$0{,}45$	$0{,}4$	$0{,}15$	$0{,}9$	$0{,}55$	$0{,}45$
$\overline{\nu}$	$0{,}55$	$0{,}45$	$0{,}1$	$0{,}85$	$0{,}6$	$0{,}55$

donde $\overline{\nu}(A) := 1 - \nu(A^c)\ \forall A \subset \mathcal{X} = \{D, N, Q\}$.

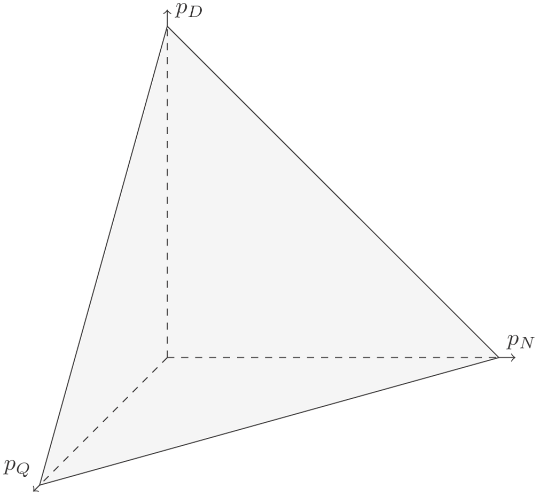
Motivación

David (D), Quique (Q) y Nacho (N) compiten por la obtención de cierto recurso,

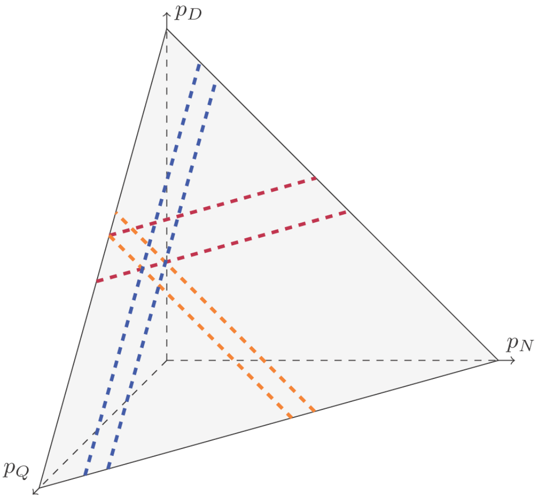
	$\{D\}$	$\{Q\}$	$\{N\}$	$\{D,Q\}$	$\{D,N\}$	$\{Q,N\}$
ν	0,45	0,4	0,15	0,9	0,55	0,45
$\overline{\nu}$	0,55	0,45	0,1	0,85	0,6	0,55

donde $\overline{\nu}(A) := 1 - \nu(A^c)\ \forall A \subset \mathcal{X} = \{D, N, Q\}$.

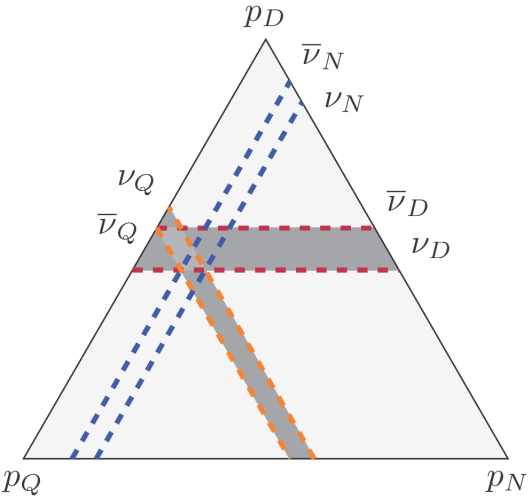
Motivación



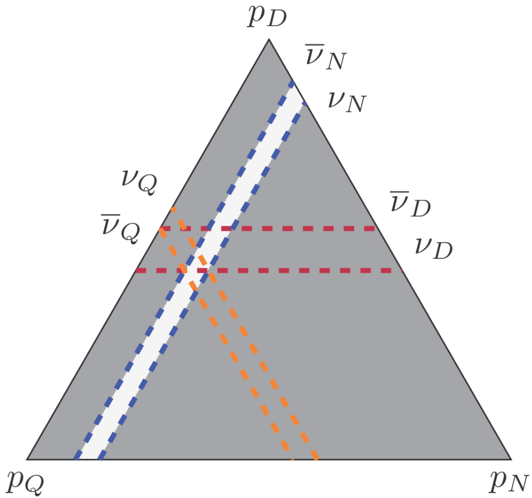
Motivación



Motivación



Motivación



Motivación

$$\text{core}(\nu) := \{P \text{ reparto del recurso } : \ P(A) \geq \nu(A) \ , \ \forall A \neq \mathcal{X}\} \ .$$

Weak epsilon-core:

$$\text{core}_{\varepsilon}^{W}(\nu) := \{P \text{ reparto del recurso } : \ P(A) \geq$$

Motivación

$$\text{core}(\nu) := \{P \text{ reparto del recurso } : \ P(A) \geq \nu(A) \ , \ \forall A \neq \mathcal{X}\} \ .$$

Weak epsilon-core:

$$\text{core}_{\varepsilon}^{W}(\nu) := \{P \text{ reparto del recurso } : \ P(A) \geq \overbrace{\nu(A) - \varepsilon}^{\mu(A)} \ , \ \forall A \neq \mathcal{X}\} \ .$$

Motivación

$$\text{core}(\nu) := \{P \text{ reparto del recurso } : \ P(A) \geq \nu(A)\ ,\ \forall A \neq \mathcal{X}\}\ .$$

Weak epsilon-core:

$$\text{core}^W_\varepsilon(\nu) := \{P \text{ reparto del recurso } : \ P(A) \geq \overbrace{\nu(A) - \varepsilon}^{\mu(A)}\ ,\ \forall A \neq \mathcal{X}\}\ .$$

	$\{D\}$	$\{Q\}$	$\{N\}$	$\{D, Q\}$	$\{D, N\}$	$\{Q, N\}$
μ	$0{,}45 - \varepsilon$	$0{,}4 - \varepsilon$	$0{,}15 - \varepsilon$	$0{,}9 - \varepsilon$	$0{,}55 - \varepsilon$	$0{,}55 - \varepsilon$

Motivación

$$\text{core}(\nu) := \{P \text{ reparto del recurso } : \ P(A) \geq \nu(A) \ , \ \forall A \neq \mathcal{X}\} \ .$$

Weak epsilon-core:

$$\text{core}_{\varepsilon}^{W}(\nu) := \{P \text{ reparto del recurso } : \ P(A) \geq \overbrace{\nu(A) - \varepsilon}^{\mu(A)} \ , \ \forall A \neq \mathcal{X}\} \ .$$

	$\{D\}$	$\{Q\}$	$\{N\}$	$\{D,Q\}$	$\{D,N\}$	$\{Q,N\}$
μ	$0{,}45-\varepsilon$	$0{,}4-\varepsilon$	$0{,}15-\varepsilon$	$0{,}9-\varepsilon$	$0{,}55-\varepsilon$	$0{,}55-\varepsilon$
$\overline{\mu}$	$0{,}55+\varepsilon$	$0{,}45+\varepsilon$	$0{,}1+\varepsilon$	$0{,}85+\varepsilon$	$0{,}6+\varepsilon$	$0{,}55+\varepsilon$

para $\varepsilon \ll 1$.

Motivación

$$\text{core}(\nu) := \{P \text{ reparto del recurso } : P(A) \geq \nu(A) , \forall A \neq \mathcal{X}\} .$$

Weak epsilon-core:

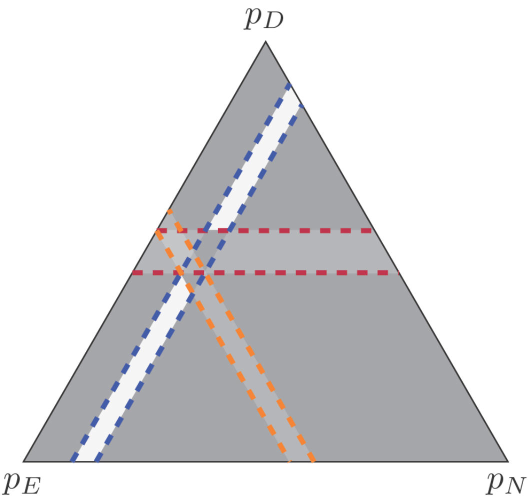
$$\text{core}^W_\varepsilon(\nu) := \{P \text{ reparto del recurso } : P(A) \geq \overbrace{\nu(A) - \varepsilon}^{\mu(A)} , \forall A \neq \mathcal{X}\} .$$

	$\{D\}$	$\{Q\}$	$\{N\}$	$\{D,Q\}$	$\{D,N\}$	$\{Q,N\}$
μ	$0{,}45-\varepsilon$	$0{,}4-\varepsilon$	$0{,}15-\varepsilon$	$0{,}9-\varepsilon$	$0{,}55-\varepsilon$	$0{,}55-\varepsilon$
$\overline{\mu}$	$0{,}55+\varepsilon$	$0{,}45+\varepsilon$	$0{,}1+\varepsilon$	$0{,}85+\varepsilon$	$0{,}6+\varepsilon$	$0{,}55+\varepsilon$

para $\varepsilon \ll 1$.

En general, $\mu(A) := \text{máx}\{0, \nu(A) - \varepsilon\}$, luego $\overline{\mu}(A) := \text{mín}\{1, \overline{\nu}(A) + \varepsilon\}$ $\forall A \subset \mathcal{X}$.

Motivación



1. Juegos cooperativos

2. Distorsiones de juegos

3. Relación con el epsilon-core

4. Conclusiones

Nociones básicas de juegos

- Conjunto de jugadores y coalición: $\mathcal{X} := \{x_1, \ldots, x_n\}$ y $A \subseteq \mathcal{X}$.
- **Juego**: $\nu : \mathcal{P}(\mathcal{X}) \to [0, \infty)$.

Nociones básicas de juegos

- Conjunto de jugadores y coalición: $\mathcal{X} := \{x_1, \ldots, x_n\}$ y $A \subseteq \mathcal{X}$.
- **Juego**: $\nu : \mathcal{P}(\mathcal{X}) \to [0, \infty)$.
- **Solución**: $P : \mathcal{P}(\mathcal{X}) \to [0, \infty)$ aditiva cumpliendo $P(A) \geq \nu(A)$ $\forall A \subset \mathcal{X}$ y $P(\mathcal{X}) = \nu(\mathcal{X})$.

Nociones básicas de juegos

- Conjunto de jugadores y coalición: $\mathcal{X} := \{x_1, \ldots, x_n\}$ y $A \subseteq \mathcal{X}$.
- **Juego**: $\nu : \mathcal{P}(\mathcal{X}) \to [0, \infty)$.
- **Solución**: $P : \mathcal{P}(\mathcal{X}) \to [0, \infty)$ aditiva cumpliendo $P(A) \geq \nu(A)$ $\forall A \subset \mathcal{X}$ y $P(\mathcal{X}) = \nu(\mathcal{X})$.
- **Core**: conjunto de soluciones de un juego.

Nociones básicas de juegos

- Conjunto de jugadores y coalición: $\mathcal{X} := \{x_1, \ldots, x_n\}$ y $A \subseteq \mathcal{X}$.
- **Juego**: $\nu : \mathcal{P}(\mathcal{X}) \to [0, \infty)$.
- **Solución**: $P : \mathcal{P}(\mathcal{X}) \to [0, \infty)$ aditiva cumpliendo $P(A) \geq \nu(A)$ $\forall A \subset \mathcal{X}$ y $P(\mathcal{X}) = \nu(\mathcal{X})$.
- **Core**: conjunto de soluciones de un juego.

Se impone:

- **Normalización**: $\nu(\emptyset) = 0$ y $\nu(\mathcal{X}) = 1$.
- **Monotonía**: $A \subseteq B \Longrightarrow \nu(A) \leq \nu(B)$.

Nociones básicas de juegos

- Conjunto de jugadores y coalición: $\mathcal{X} := \{x_1, \ldots, x_n\}$ y $A \subseteq \mathcal{X}$.
- **Juego**: $\nu : \mathcal{P}(\mathcal{X}) \to [0, \infty)$.
- **Solución**: $P : \mathcal{P}(\mathcal{X}) \to [0, \infty)$ aditiva cumpliendo $P(A) \geq \nu(A)$ $\forall A \subset \mathcal{X}$ y $P(\mathcal{X}) = \nu(\mathcal{X})$.
- **Core**: conjunto de soluciones de un juego.

Se impone:

- **Normalización**: $\nu(\emptyset) = 0$ y $\nu(\mathcal{X}) = 1$.
- **Monotonía**: $A \subseteq B \implies \nu(A) \leq \nu(B)$.

Se define:

- Juego **conjugado**: $\overline{\nu}(A) := 1 - \nu(A^c)$, $\forall A \subseteq \mathcal{X}$.

Definición

*Se dice que ν es **balanceado** si:*

$$core(\nu) \neq \emptyset \ .$$

Definición

*Se dice que ν es **balanceado** si:*

$$\mathit{core}(\nu) \neq \emptyset \ .$$

Definición

*Se dice que ν es **exacto** si:*

$$\forall A \subset \mathcal{X} \ , \quad \exists P \in \mathit{core}(\nu) \ \mathit{tal\ que}\ P(A) = \nu(A) \ .$$

Definición

*Se dice que ν es **balanceado** si:*

$$\textit{core}(\nu) \neq \emptyset \ .$$

Definición

*Se dice que ν es **exacto** si:*

$$\forall A \subset \mathcal{X} \ , \quad \exists P \in \textit{core}(\nu) \ \textit{tal que} \ P(A) = \nu(A) \ .$$

Definición

*Se dice que ν es **convexo** si:*

$$\forall A, B \subseteq \mathcal{X} \ , \quad \nu(A \cup B) + \nu(A \cap B) \geq \nu(A) + \nu(B) \ .$$

Correspondencia con probabilidades imprecisas

Juegos cooperativos	**Probabilidades imprecisas**
Juego (ν)	Probabilidad inferior ($\underline{P}$)
Solución	Probabilidad (P)
Core (core(ν))	Conjunto credal ($\mathcal{M}(\underline{P})$)
Juego conjugado ($\overline{\nu}$)	Probabilidad superior conjugada ($\overline{P}$)

Correspondencia con probabilidades imprecisas

Juegos cooperativos	**Probabilidades imprecisas**
Juego (ν)	Probabilidad inferior ($\underline{P}$)
Solución	Probabilidad (P)
Core (core(ν))	Conjunto credal ($\mathcal{M}(\underline{P})$)
Juego conjugado ($\overline{\nu}$)	Probabilidad superior conjugada ($\overline{P}$)
Balanceado	Evitando pérdida segura
Exacto	Coherente
Convexo	2-monótona

Correspondencia con probabilidades imprecisas

Juegos cooperativos	**Probabilidades imprecisas**
Juego (ν)	Probabilidad inferior ($\underline{P}$)
Solución	Probabilidad (P)
Core (core(ν))	Conjunto credal ($\mathcal{M}(\underline{P})$)
Juego conjugado ($\overline{\nu}$)	Probabilidad superior conjugada ($\overline{P}$)
Balanceado	Evitando pérdida segura
Exacto	Coherente
Convexo	2-monótona

Los cores de juegos balanceados son **politopos cerrados y convexos**.

Distorsiones

Sea $P_0 \in \mathbb{P}(\mathcal{X})$, $\varepsilon > 0$ y $d : \mathbb{P}(\mathcal{X}) \times \mathbb{P}(\mathcal{X}) \longrightarrow [0, \infty)$, se define:

$$B_d^{\varepsilon}(P_0) := \{P \in \mathbb{P}(\mathcal{X}) : d(P, P_0) \leq \varepsilon\} \ .$$

Distorsiones

Sea $P_0 \in \mathbb{P}(\mathcal{X})$, $\varepsilon > 0$ y $d : \mathbb{P}(\mathcal{X}) \times \mathbb{P}(\mathcal{X}) \longrightarrow [0, \infty)$, se define:

$$B_d^{\varepsilon}(P_0) := \{P \in \mathbb{P}(\mathcal{X}) : d(P, P_0) \leq \varepsilon\} \ .$$

$B_d^{\varepsilon}(P_0)$ determina un juego exacto:

$$\mu(A) = \text{ínf}\{P(A) : P \in B_d^{\varepsilon}(P_0)\} \ , \quad \forall A \subseteq \mathcal{X} \ .$$

Distorsiones con la Variación Total

Sea $P_0 \in \mathbb{P}(\mathcal{X})$, $\varepsilon > 0$ y $d_{TV}(Q, P) := \max_{A \subseteq \mathcal{X}} |Q(A) - P(A)|$:

$$\mathbf{B}^{\varepsilon}_{\mathbf{d_{TV}}}(\mathbf{P_0})$$

Distorsiones con la Variación Total

Sea $P_0 \in \mathbb{P}(\mathcal{X})$, $\varepsilon > 0$ y $d_{TV}(Q,P) := \text{máx}_{A \subseteq \mathcal{X}} |Q(A) - P(A)|$:

$$\mathbf{B}^{\varepsilon}_{\mathbf{d_{TV}}}(\mathbf{P_0}) = \textsf{\textbf{core}}(\mu_{\mathbf{TV}}) \ ,$$

donde:

$$\mu_{TV}(A) := \text{máx}\{0, P_0(A) - \varepsilon\} \ , \ \ \forall A \subset \mathcal{X} \ .$$

Distorsiones con la Variación Total

Sea $P_0 \in \mathbb{P}(\mathcal{X})$, $\varepsilon > 0$ y $d_{TV}(Q,P) := \max_{A \subseteq \mathcal{X}} |Q(A) - P(A)|$:

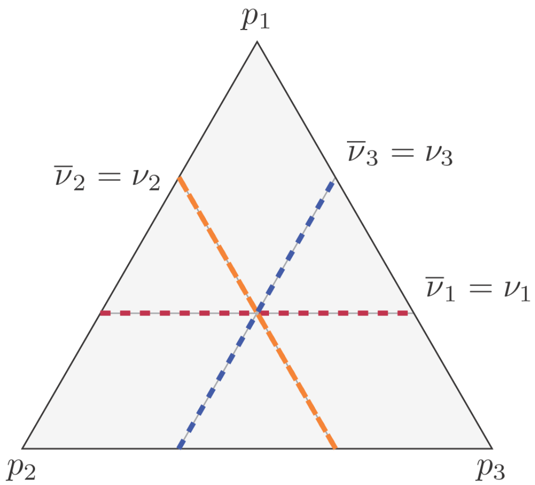
$$\mathbf{B}^{\varepsilon}_{\mathbf{d_{TV}}}(\mathbf{P_0}) = \textbf{core}(\mu_{\mathbf{TV}}) \ ,$$

donde:

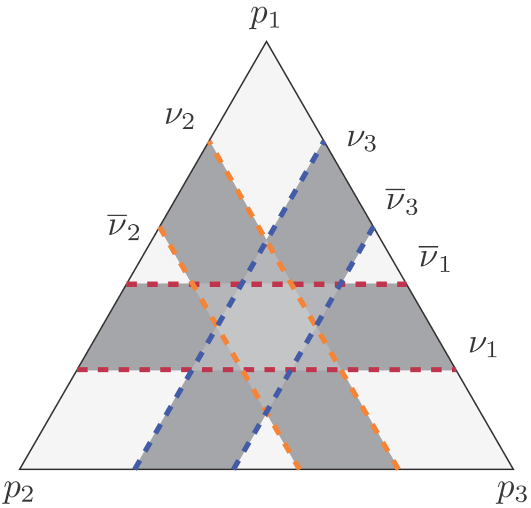
$$\mu_{TV}(A) := \max\{0, P_0(A) - \varepsilon\} \ , \quad \forall A \subset \mathcal{X} \ .$$

Además, $\mu_{\mathbf{TV}}$ **es convexo**.

Distorsiones con la Variación Total



Distorsiones con la Variación Total



1. Juegos cooperativos
2. Distorsiones de juegos
3. Relación con el epsilon-core
4. Conclusiones

Procedimiento de distorsión

Sea ν juego, $\varepsilon > 0$ y d:

Procedimiento de distorsión

Sea ν juego, $\varepsilon > 0$ y d:

$$B_d^{\varepsilon}(\nu) := \{P \in \mathbb{P}(\mathcal{X}) : d(P, \nu) \leq \varepsilon\} \ .$$

Procedimiento de distorsión

Sea ν juego, $\varepsilon > 0$ y d:

$$B_d^{\varepsilon}(\nu) := \{P \in \mathbb{P}(\mathcal{X}) : d(P, \nu) \leq \varepsilon\} \ .$$

Procedimiento de distorsión

Sea ν juego, $\varepsilon > 0$ y d:

$$B_d^{\varepsilon}(\nu) := \{P \in \mathbb{P}(\mathcal{X}) : d(P, \nu) \leq \varepsilon\} \ .$$

$B_d^{\varepsilon}(\nu)$ determina un juego exacto:

$$\mu(A) = \text{ínf}\{P(A) : P \in B_d^{\varepsilon}(\nu)\} \ , \quad \forall A \subseteq \mathcal{X} \ .$$

Variación Total Máxima

Variación Total Máxima

Definición

Sean ν, μ balanceados:

$$d_{TV}^{\text{máx}}(\nu,\mu) := \max_{\substack{P\in core(\nu)\\ Q\in core(\mu)}} d_{TV}(P,Q) = \max_{\substack{P\in core(\nu)\\ Q\in core(\mu)}} \max_{A\subseteq\mathcal{X}} |P(A)-Q(A)| \,.$$

Variación Total Máxima

Proposición

Sean ν, μ exactos:

$$d_{TV}^{\text{máx}}(\nu, \mu) = \max_{A \subseteq \mathcal{X}} |\nu(A) - \overline{\mu}(A)| \ .$$

Variación Total Máxima

Proposición

Sean ν, μ exactos:

$$d_{TV}^{\text{máx}}(\nu, \mu) = \max_{A \subseteq \mathcal{X}} |\nu(A) - \overline{\mu}(A)| \ .$$

Proposición

Sean ν, μ balanceados:

$$d_{TV}^{\text{máx}}(\nu, \mu) = \max_{\substack{P \in ext(\mathit{core}(\nu)) \\ Q \in ext(\mathit{core}(\mu))}} d_{TV}(P, Q) \ .$$

Variación Total Máxima

Proposición

Sean ν, μ exactos:

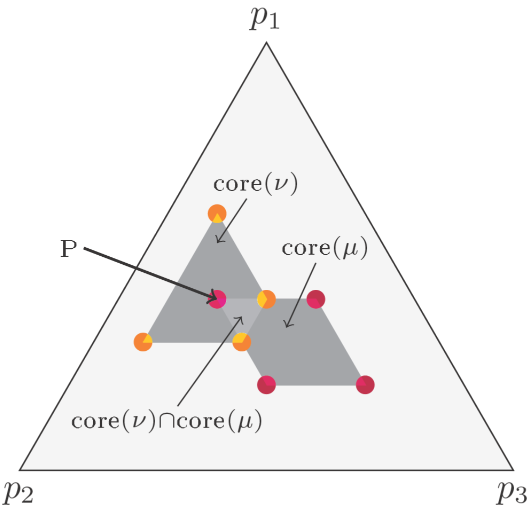
$$d_{TV}^{\text{máx}}(\nu, \mu) = \max_{A \subseteq \mathcal{X}} |\nu(A) - \overline{\mu}(A)| \ .$$

Proposición

Sean ν, μ balanceados:

$$d_{TV}^{\text{máx}}(\nu, \mu) = \max_{\substack{P \in ext(\mathit{core}(\nu)) \\ Q \in ext(\mathit{core}(\mu))}} d_{TV}(P, Q) \ .$$

Se tiene $d_{TV}^{\text{máx}}(\nu, \nu) > 0$ siempre que $|\text{core}(\nu)| > 1$.


p_1
core(ν)
P
core(μ)
core(ν)∩core(μ)
p_2
p_3

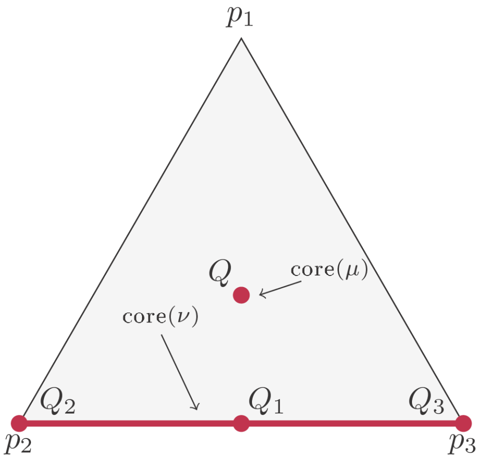
Variación Total Mínima

Definición

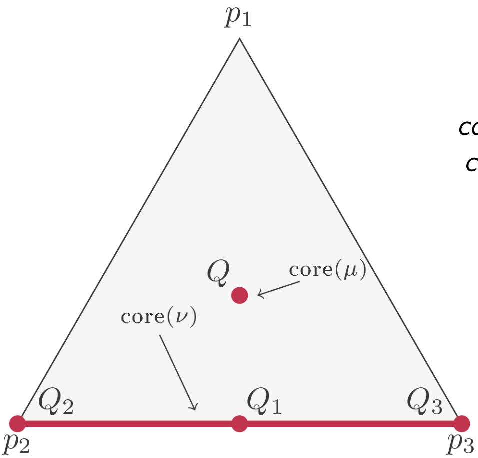
Sean ν, μ balanceados:

$$d_{TV}^{\text{mín}}(\nu, \mu) := \min_{\substack{P \in \textit{core}(\nu) \\ Q \in \textit{core}(\mu)}} d_{TV}(P, Q) = \min_{\substack{P \in \textit{core}(\nu) \\ Q \in \textit{core}(\mu)}} \max_{A \subseteq \mathcal{X}} |P(A) - Q(A)| \; .$$

Ejemplo (El mínimo no se alcanza en los extremos)

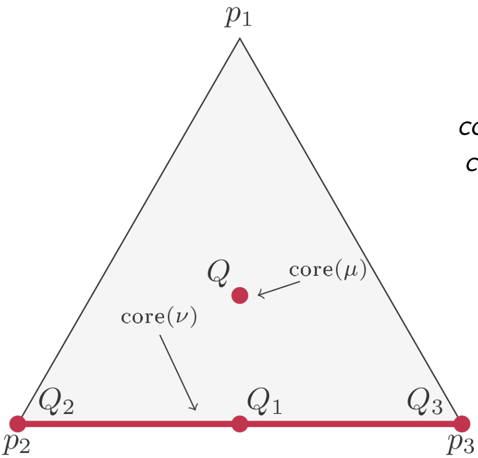


Ejemplo (El mínimo no se alcanza en los extremos)



core$(\mu)=\{Q := (1/3, 1/3, 1/3)\}$,
core$(\nu)=\{(0, \alpha, 1-\alpha) : \alpha \in [0,1]\}$:

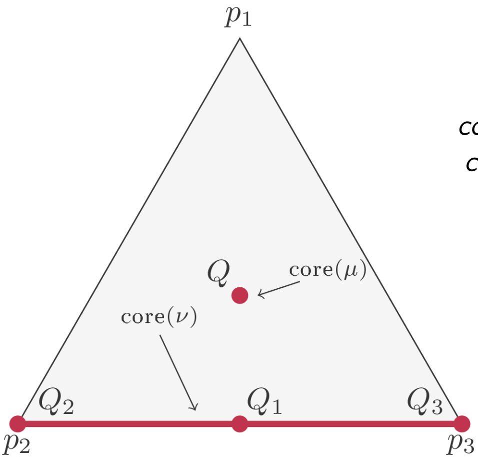
Ejemplo (El mínimo no se alcanza en los extremos)



core$(\mu)=\{Q := (1/3, 1/3, 1/3)\}$,
core$(\nu)=\{(0, \alpha, 1-\alpha) : \alpha \in [0,1]\}$:

- $d_{TV}(Q_1, Q) = 1/3$,

Ejemplo (El mínimo no se alcanza en los extremos)



core$(\mu)=\{Q := (1/3, 1/3, 1/3)\}$,
core$(\nu)=\{(0, \alpha, 1-\alpha) : \alpha \in [0, 1]\}$:

- $d_{TV}(Q_1, Q) = 1/3$,
- $d_{TV}(Q_2, Q) = 2/3$,
- $d_{TV}(Q_3, Q) = 2/3$.

Variación Total Mínima

Proposición

$$d_{TV}^{\text{mín}}(\nu,\mu) = \min_{\substack{P\in\partial(\textit{core}(\nu))\\ Q\in\partial(\textit{core}(\mu))}} d_{TV}(P,Q)\ .$$

Variación Total Mínima

Proposición

$$d_{TV}^{\text{mín}}(\nu,\mu) = \min_{\substack{P\in\partial(\textit{core}(\nu))\\ Q\in\partial(\textit{core}(\mu))}} d_{TV}(P,Q)\ .$$

Proposición

Si ν *tiene alguna de las siguientes propiedades, entonces también las tiene* $\mu(A) := \text{máx}\{0, \nu(A)-\varepsilon\}\ \forall A \subset \mathcal{X}$*:*

1. *balanceado,*

Variación Total Mínima

Proposición

$$d_{TV}^{\text{mín}}(\nu,\mu) = \min_{\substack{P\in\partial(\mathsf{core}(\nu))\\ Q\in\partial(\mathsf{core}(\mu))}} d_{TV}(P,Q)\ .$$

Proposición

Si ν tiene alguna de las siguientes propiedades, entonces también las tiene $\mu(A) := \text{máx}\{0, \nu(A)-\varepsilon\}\ \forall A \subset \mathcal{X}$:

1. *balanceado,*
2. *exacto,*
3. *convexo,*

Variación Total Mínima

Proposición

$$d_{TV}^{\text{mín}}(\nu, \mu) = \min_{\substack{P \in \partial(\textsf{core}(\nu)) \\ Q \in \partial(\textsf{core}(\mu))}} d_{TV}(P, Q) \ .$$

Proposición

Si ν tiene alguna de las siguientes propiedades, entonces también las tiene $\mu(A) := \text{máx}\{0, \nu(A) - \varepsilon\} \ \forall A \subset \mathcal{X}$:

1. *balanceado,*
2. *exacto,*
3. *convexo,*
4. *minitivo (i.e., $\nu(A \cap B) = \text{mín}\{\nu(A), \nu(B)\}$).*

1. Juegos cooperativos
2. Distorsiones de juegos
3. **Relación con el epsilon-core**
4. Conclusiones

Weak epsilon-core y $d_{TV}^{\text{mín}}$

Proposición

Sea ν *balanceado,* $\varepsilon > 0$ *y* $\mu(A) = \text{máx}\{0, \nu(A) - \varepsilon\}\ \forall A \subset \mathcal{X}$*:*

$$B^{\varepsilon}_{d_{TV}^{\text{mín}}}(\nu) \subseteq \textit{core}(\mu) \ .$$

Weak epsilon-core y $d_{TV}^{\text{mín}}$

Proposición

Sea ν *balanceado,* $\varepsilon > 0$ *y* $\mu(A) = \text{máx}\{0, \nu(A) - \varepsilon\}$ $\forall A \subset \mathcal{X}$*:*

$$B^{\varepsilon}_{d_{TV}^{\text{mín}}}(\nu) \subseteq \textit{core}(\mu) \ .$$

Es decir, $B^{\varepsilon}_{d_{TV}^{\text{mín}}}(\nu) \subseteq \textit{core}^{W}_{\varepsilon}(\nu)$.

Conclusiones

- $d(\mu, \nu) \rightsquigarrow d(P, \nu) \rightsquigarrow$ distorsión de core(ν).

Conclusiones

- $d(\mu, \nu) \rightsquigarrow d(P, \nu) \rightsquigarrow$ distorsión de core(ν).
- d sin dependencia del core $\rightsquigarrow$ distorsionar juegos **no** balanceados $\rightsquigarrow$ hallar soluciones de un juego distorsionado.

Conclusiones

- $d(\mu, \nu) \rightsquigarrow d(P, \nu) \rightsquigarrow$ distorsión de core(ν).
- d sin dependencia del core $\rightsquigarrow$ distorsionar juegos **no** balanceados $\rightsquigarrow$ hallar soluciones de un juego distorsionado.
- Usar $d_{TV}^{\text{mín}}$ para ν balanceado da lugar a μ manteniendo exactitud, convexidad y minitividad, si las hubiera.

Conclusiones

- $d(\mu, \nu) \rightsquigarrow d(P, \nu) \rightsquigarrow$ distorsión de core(ν).
- d sin dependencia del core $\rightsquigarrow$ distorsionar juegos **no** balanceados $\rightsquigarrow$ hallar soluciones de un juego distorsionado.
- Usar $d_{TV}^{\text{mín}}$ para ν balanceado da lugar a μ manteniendo exactitud, convexidad y minitividad, si las hubiera.
- $\text{core}_{\varepsilon}^{W}(\nu) = \text{core}(\mu) \subseteq B^{\varepsilon}_{d_{TV}^{\text{mín}}}(\nu)$.

Puntos abiertos

- ¿$\text{core}_{\varepsilon}^{W}(\nu) = \text{core}(\mu) = B^{\varepsilon}_{d_{TV}^{\text{mín}}}(\nu)$?

Puntos abiertos

- ¿$\text{core}_{\varepsilon}^{W}(\nu) = \text{core}(\mu) = B^{\varepsilon}_{d_{TV}^{\text{mín}}}(\nu)$?
- Strong epsilon-core:

$$\text{core}_{\varepsilon}^{S}(\nu) := \left\{ P \in \mathbb{P}(\mathcal{X}) : \; P(A) \geq \nu(A) - \frac{\varepsilon}{|A|} \, , \, \forall A \subsetneq \mathcal{X} \right\} \, .$$

Puntos abiertos

- ¿$\text{core}_{\varepsilon}^{W}(\nu) = \text{core}(\mu) = B^{\varepsilon}_{d_{TV}^{\text{mín}}}(\nu)$?
- Strong epsilon-core:

$$\text{core}_{\varepsilon}^{S}(\nu) := \left\{ P \in \mathbb{P}(\mathcal{X}) : \; P(A) \geq \nu(A) - \frac{\varepsilon}{|A|} \, , \; \forall A \subsetneq \mathcal{X} \right\} \; .$$

- Otras d (con o sin dependencia del core, expresiones alternativas, juego asociado, propiedades mantenidas...).

Puntos abiertos

- ¿$\text{core}_{\varepsilon}^{W}(\nu) = \text{core}(\mu) = B^{\varepsilon}_{d_{TV}^{\text{mín}}}(\nu)$?
- Strong epsilon-core:

$$\text{core}_{\varepsilon}^{S}(\nu) := \left\{ P \in \mathbb{P}(\mathcal{X}) : \; P(A) \geq \nu(A) - \frac{\varepsilon}{|A|} \, , \, \forall A \subsetneq \mathcal{X} \right\} .$$

- Otras d (con o sin dependencia del core, expresiones alternativas, juego asociado, propiedades mantenidas...).
- Distorsión de conjuntos de probabilidad cerrados y convexos genéricos.

Referencias

- *Set functions, games and capacities in decision making*. M. Grabisch. Springer, 2016.
- *Divisive conditioning: further results on dilation*. T. Herron, T. Seidenfeld, L. Wasserman. Philosophy of Science, 1997.
- *Centroids of the core of exact capacities: a comparative study*. E. Miranda, I. Montes. Annals of Operations Research, 2023.
- *Quasi-core in a monetary economy with nonconvex preferences*. L. S. Shapley y M. Shubik. Econometrica, 1966.
- *Cores of Convex Games*. L. S. Shapley. Int. Journal of Game Theory, 1971.
- *Statistical reasoning with imprecise probabilities*. P. Walley. Chapman and Hall, 1991.

Distorsión de conjuntos de probabilidades

David Nieto-Barba nietodavid@uniovi.es

Enrique Miranda miranda@uniovi.es

Ignacio Montes imontes@uniovi.es

UNIVERSIDAD OVIEDO

XL Congreso Nacional de Estadística e Investigación Operativa