

2026



SEIO

SANTIAGO DE COMPOSTELA

Santiago de Compostela

Del 2 al 5 de septiembre, 2026

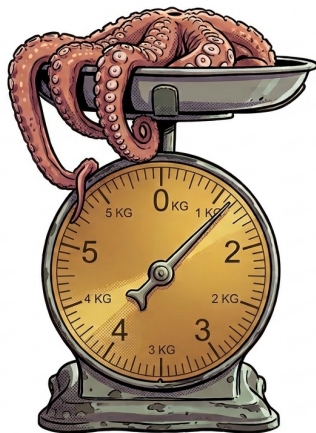


Análisis del efecto del redondeo en tests de normalidad mediante el uso de conjuntos aleatorios

Marina Iturrate-Bobes • Ignacio Montes • Raúl Pérez-Fernández
Universidad de Oviedo



Error de redondeo

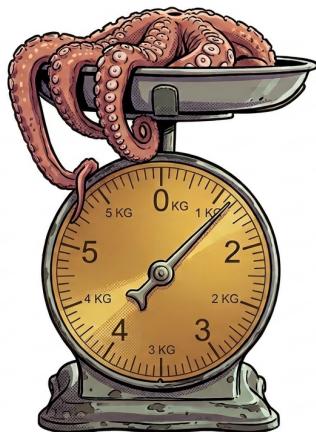


Motivación

Estudios previos

- Efecto en contrastes de hipótesis (*Tricker & Okell*). . .
- ...y en tests de normalidad (*Tricker, Ushakov & Ushakov*)
- Estimación de parámetros (*Lee & Vardeman; Samsonov, Ushakov & Ushakov, . . .*)
- Estimación de la densidad (*Hall; Wang & Wertenlecker*)
- Inferencia Bayesiana (*Zhao & Bai*)
- . . .

Error de redondeo



Motivación

Estudios previos

- Efecto en contrastes de hipótesis (*Tricker & Okell*)...
- ...y en tests de normalidad (*Tricker, Ushakov & Ushakov*)
- Estimación de parámetros (*Lee & Vardeman; Samsonov, Ushakov & Ushakov, ...*)
- Estimación de la densidad (*Hall; Wang & Wertenlecker*)
- Inferencia Bayesiana (*Zhao & Bai*)
- ...

Objetivos

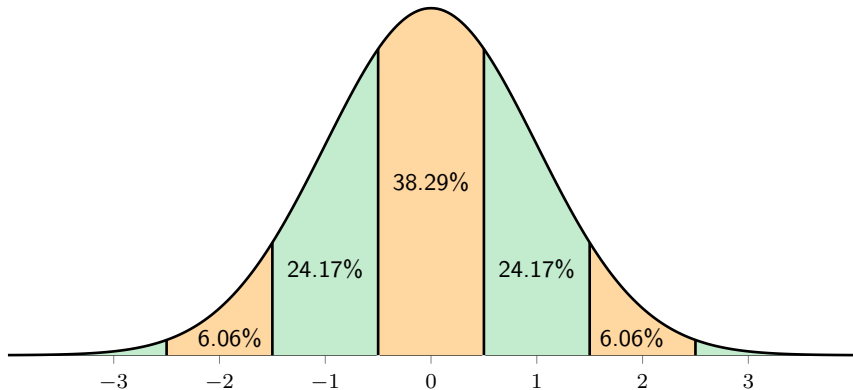
- 01 Modelado robusto de datos redondeados
- 02 Cuantificar el efecto de los datos redondeados en tests de normalidad

Conjuntos aleatorios

Ejemplo

$$X \equiv \mathcal{N}(0, 1)$$

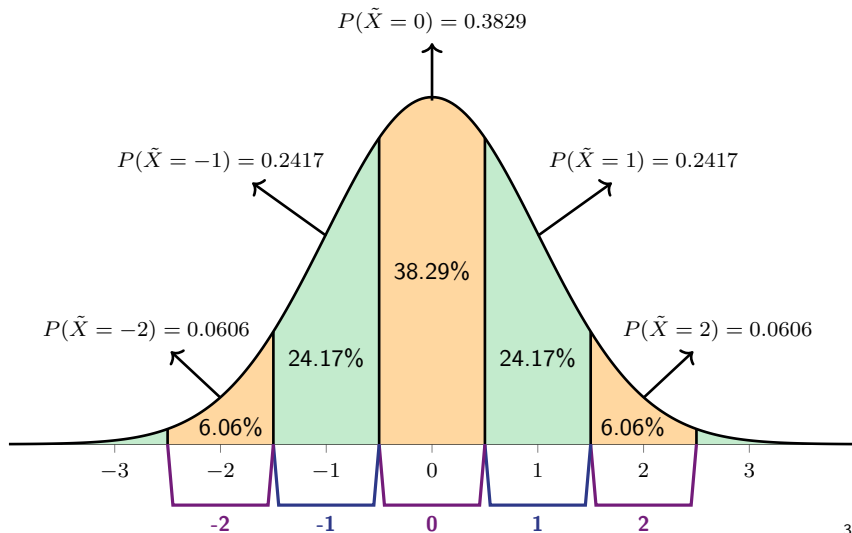
Redondeo al entero más próximo



Ejemplo

$$X \equiv \mathcal{N}(0, 1)$$

Redondeo al entero más próximo



Definiciones básicas

Dígito de redondeo

$d \in \mathbb{Z}$, interpretado como:

- 1) $d > 0$: redondeo al d -ésimo decimal
- 2) $d \leq 0$: redondeo al $(1-d)$ -ésimo dígito a la izquierda del decimal

Variable redondeada

Si X es v.a. continua, la v.a. redondeada es $\tilde{X}$

Grado de precisión del redondeo

Si σ es la desviación típica, el *grado de precisión del redondeo* es

$$r(X) = \frac{10^{-d}}{\sigma} > 0$$

Conjuntos aleatorios

Conjunto aleatorio

$\Gamma : \Omega \rightarrow \mathcal{P}(\mathbb{R})$ es un *conjunto aleatorio* si:

- 1) $\Gamma(\omega) \neq \emptyset$ para todo $\omega \in \Omega$
- 2) Γ^* es fuertemente medible

Selecciones medibles

$$S(\Gamma) = \{Y \text{ v.a.} \mid (\forall \omega \in \Omega)(Y(\omega) \in \Gamma(\omega))\}$$

Modelo teórico

Ingredientes

- 1) X v.a. continua
- 2) d dígito de redondeo
- 3) $\tilde{X}$ v.a. redondeada

Conjunto aleatorio

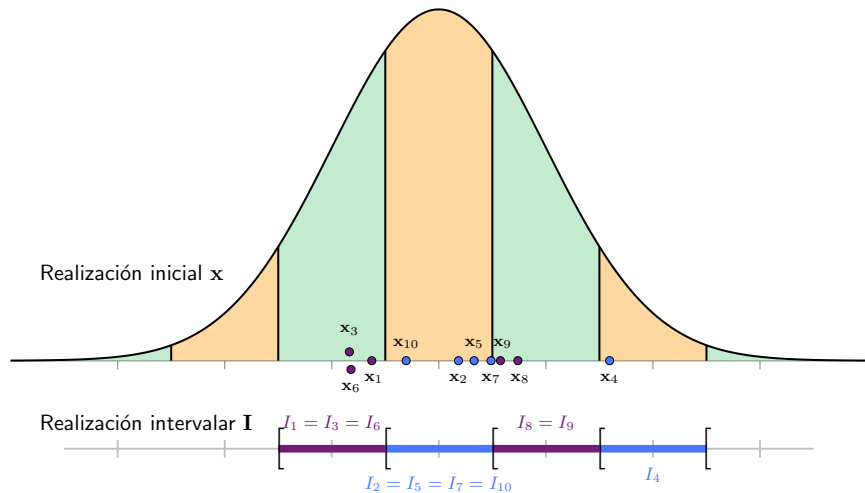
Definimos $\Gamma_X : \Omega \rightarrow \mathcal{P}(\mathbb{R})$ como:

$$\Gamma_X(\omega) = \left[\tilde{X}(\omega) - 5 \cdot 10^{-(d+1)}, \tilde{X}(\omega) + 5 \cdot 10^{-(d+1)} \right]$$

Ejemplo

$$X \equiv \mathcal{N}(0, 1)$$

Redondeo al entero más próximo



Contrastes de hipótesis imprecisos (Couso & Sánchez)

$$H_0 : X \equiv \mathcal{N}(\cdot, \cdot)$$

$$H_1 : X \not\equiv \mathcal{N}(\cdot, \cdot)$$

Clásico

RR_0

RA_0

$p\text{-valor}(\mathbf{x})$

Contrastes de hipótesis imprecisos (Couso & Sánchez)

$$H_0 : X \equiv \mathcal{N}(\cdot, \cdot)$$

$$H_1 : X \not\equiv \mathcal{N}(\cdot, \cdot)$$

Clásico

Impreciso

RR_0
 RA_0



$$\begin{aligned} RR &= \{\mathbf{I} \mid (\forall \mathbf{x} \in \mathbf{I})(\mathbf{x} \in RR_0)\} \\ RA &= \{\mathbf{I} \mid (\forall \mathbf{x} \in \mathbf{I})(\mathbf{x} \in RA_0)\} \\ RI &= \{\mathbf{I} \mid (\exists \mathbf{x}, \mathbf{x}' \in \mathbf{I})(\mathbf{x} \in RR_0 \wedge \mathbf{x}' \in RA_0)\} \end{aligned}$$

$p\text{-valor}(\mathbf{x})$



$p\text{-valor}(\mathbf{I}) = \{p\text{-valor}(\mathbf{x}) \mid \mathbf{x} \in \mathbf{I}\}$

Contrastes de hipótesis imprecisos (Couso & Sánchez)

$$H_0 : X \equiv \mathcal{N}(\cdot, \cdot)$$

$$H_1 : X \not\equiv \mathcal{N}(\cdot, \cdot)$$

Clásico

Impreciso

RR_0
 RA_0



$$\begin{aligned} RR &= \{\mathbf{I} \mid (\forall \mathbf{x} \in \mathbf{I})(\mathbf{x} \in RR_0)\} \\ RA &= \{\mathbf{I} \mid (\forall \mathbf{x} \in \mathbf{I})(\mathbf{x} \in RA_0)\} \\ RI &= \{\mathbf{I} \mid (\exists \mathbf{x}, \mathbf{x}' \in \mathbf{I})(\mathbf{x} \in RR_0 \wedge \mathbf{x}' \in RA_0)\} \end{aligned}$$

$p\text{-valor}(\mathbf{x})$



$p\text{-valor}(\mathbf{I}) = \{p\text{-valor}(\mathbf{x}) \mid \mathbf{x} \in \mathbf{I}\}$



$\sup p\text{-valor}(\mathbf{I}) \leq \alpha$: **rechazar** H_0
 $\inf p\text{-valor}(\mathbf{I}) > \alpha$: **no rechazar** H_0
 $\inf p\text{-valor}(\mathbf{I}) \leq \alpha < \sup p\text{-valor}(\mathbf{I})$: **Indecisión**

Tests de normalidad

► Tests de normalidad:

- Basados en estadísticos de orden: Shapiro-Wilk (SW), Lilliefors (LL), Anderson-Darling (AD).
- Basados en parámetros: Jarque-Bera (JB).

► Objetivo:

- ¿Potencia de los tests con redondeo?
- ¿Región de indecisión?

¿Cómo afecta el parámetro $r(X)$ a la potencia?

Experimentación:

- ▶ 3 escenarios:

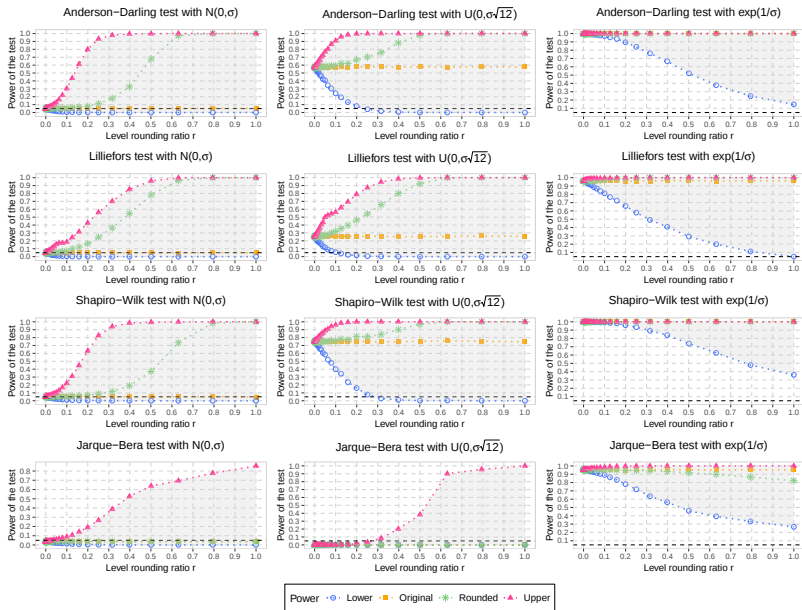
$$X \equiv \mathcal{N}(0, \sigma)$$

$$X \equiv \mathcal{U}(0, \sigma\sqrt{12})$$

$$X \equiv \exp(1/\sigma)$$

- ▶ $n = 50$.
- ▶ $\sigma = 10^t$, con valores de t : `seq(-1, 3, by=0.3)`.
- ▶ $d = 1 \Rightarrow r(X) = 10^{-(1+t)}$.
- ▶ Monte Carlo con 10^4 repeticiones.
- ▶ Potencias: original, muestra redondeada, ínfima y suprema (`optim`).
- ▶ $\alpha = 0.05$.

Potencia: resultados



Espacio muestral

¿Cómo afecta el parámetro $r(X)$ a las regiones RA, RR y RI?

Experimentación:

- ▶ 3 escenarios:

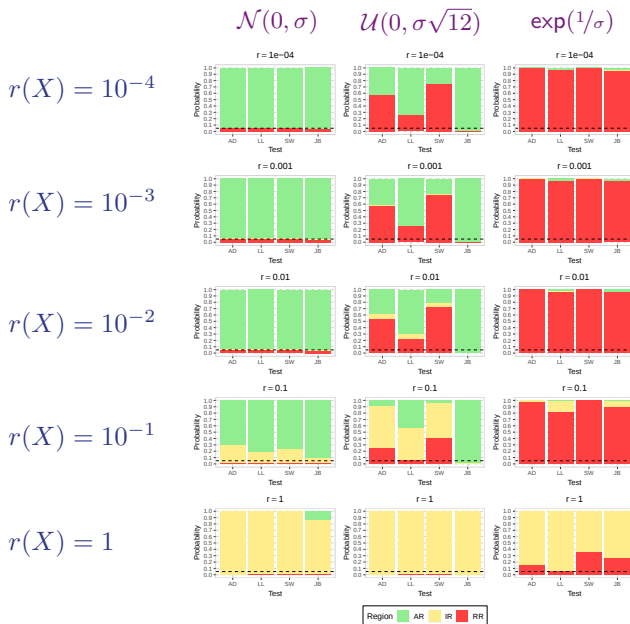
$$X \equiv \mathcal{N}(0, \sigma)$$

$$X \equiv \mathcal{U}(0, \sigma\sqrt{12})$$

$$X \equiv \exp(1/\sigma)$$

- ▶ $n = 50$.
- ▶ $d = 1$.
- ▶ $r(X) = 10^{-(t+1)}$, con valores de t : $\mathbf{c}(-1, 2, 3, 4)$.
- ▶ Monte Carlo con 10^4 repeticiones.
- ▶ RA (verde), RR (rojo), RI (amarillo).
- ▶ $\alpha = 0.05$.

Espacio muestral: resultados



Región de indecisión: tamaño

n	Grado de precisión del redondeo $r(X)$						Test
	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	
10	0.0513	0.1099	0.1831	0.2701	0.3681	0.4627	AD
	0.0657	0.1315	0.1994	0.2629	0.3040	0.3404	LL
	0.0470	0.0996	0.1690	0.2442	0.3304	0.4214	SW
	0.0066	0.0134	0.0206	0.0316	0.0443	0.0586	JB
30	0.0846	0.2043	0.3753	0.5740	0.7427	0.8500	AD
	0.1080	0.1622	0.2124	0.3176	0.4222	0.5199	LL
	0.0647	0.1609	0.2868	0.4474	0.6071	0.7478	SW
	0.0251	0.0514	0.0860	0.1248	0.1735	0.2289	JB
50	0.1115	0.3004	0.5741	0.8020	0.9279	0.9710	AD
	0.1425	0.1852	0.2877	0.4276	0.5557	0.6675	LL
	0.0808	0.2104	0.4067	0.6395	0.8154	0.9240	SW
	0.0344	0.0739	0.1217	0.1844	0.2601	0.3542	JB
80	0.1493	0.4478	0.7905	0.9643	0.9951	0.9982	AD
	0.1867	0.2408	0.3951	0.5625	0.7102	0.8443	LL
	0.1000	0.2881	0.5825	0.8442	0.9645	0.9916	SW
	0.0414	0.0926	0.1662	0.2638	0.3892	0.5283	JB
100	0.1781	0.5406	0.8986	0.9918	0.9987	0.9997	AD
	0.2057	0.2849	0.4664	0.6411	0.7948	0.9157	LL
	0.1200	0.3456	0.6914	0.9321	0.9907	0.9981	SW
	0.0500	0.1185	0.2086	0.3349	0.4913	0.6433	JB

Conclusiones

- ▶ **Conjuntos aleatorios:** modelo robusto para datos redondeados.
 - ▶ **Región de indecisión:** no se puede ignorar.
 - ▶ Influencia del **grado de precisión** $r(X)$.
 - ▶ **Jarque-Bera** es el mejor test en términos del tamaño de la región de indecisión, pero tiene baja potencia bajo H_1 .
 - ▶ **Shapiro-Wilk:** parece la mejor opción.
- “Normality tests, rounded data and random sets: Imprecision meets uncertainty”, Iturrate-Bobes, Montes, Pérez-Fernández. *TAS*, 2026.

Financiación



Proyecto **PID2022-140585NB-I00** financiado por MICIU/AEI/10.13039/501100011033 y por “FEDER, UE”

¡Gracias por la atención!



2026



SEIO

SANTIAGO DE COMPOSTELA

Santiago de Compostela

Del 2 al 5 de septiembre, 2026



Análisis del efecto del redondeo en tests de normalidad mediante el uso de conjuntos aleatorios

Marina Iturrate-Bobes • Ignacio Montes • Raúl Pérez-Fernández
Universidad de Oviedo

